

# Spis treści

PRZEDMOWA .....	5
ĆWICZENIA.....	
1. Obwody rezonansowe.....	7
2. Elementy nieliniowe i ich zastosowanie w obwodach elektrycznych.....	20
3. Układy zawierające wzmacniacz operacyjny.....	32
4. Konwerter ujemno-impedancyjny, żyrator, sumator i układ mnożący.....	46
5. Obwody zawierające cewki z rdzeniem ferromagnetycznym.....	62
6. Linia długa.....	77
LITERATURA .....	91

# Przedmowa

Skrypt ten jest przeznaczony dla studentów II roku kierunku Elektronika i Telekomunikacja Wydziału Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki Politechniki Łódzkiej. Może on być również przydatny na innych kierunkach studiów, szczególnie tam, gdzie jest wykładana Elektrotechnika Teoretyczna.

Skrypt obejmuje 6 ćwiczeń laboratoryjnych, których celem jest zilustrowanie wybranych zagadnień dotyczących analizy obwodów liniowych i nieliniowych oraz badanie podstawowych układów elektronicznych ze szczególnym uwzględnieniem wzmacniacza operacyjnego. Każde ćwiczenie zawiera wprowadzenie, stanowiące podstawę teoretyczną niezbędną dla zrozumienia danego tematu. Ponadto zamieszczono wykaz literatury uzupełniającej oraz pytania kontrolne, mające na celu umożliwienie sprawdzenia przygotowania studenta do ćwiczenia.

Autorzy dziękują Recenzentowi niniejszego skryptu Prof. dr. hab. Kazimierzowi Mikołajukowi za uwagi i sugestie, które przyczyniły się do poprawy tekstu.

# Ćwiczenie 1

## Obwody rezonansowe

### 1.1. Cel ćwiczenia

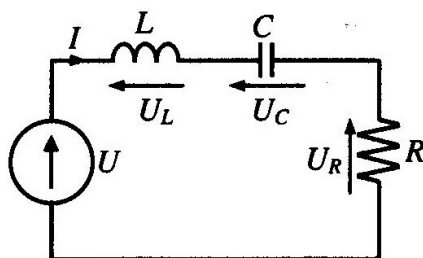
1. Poznanie podstawowych właściwości obwodów rezonansowych.
2. Badanie wpływu parametrów obwodu rezonansowego na dobroć oraz pasmo przepuszczania.
3. Obliczeniowa weryfikacja wyników otrzymanych na drodze pomiarowej.

### 1.2 Wprowadzenie

#### 1.2.1 Szeregowy obwód rezonansowy

W szeregowym połączeniu elementów liniowych: opornika, cewki oraz kondensatora, pokazanym na rys. 1.1, zachodzi rezonans napięć (rezonans szeregowy) [1], jeżeli spełniony jest warunek:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad (1.1)$$



Rys. 1.1. Szeregowy obwód *RLC*

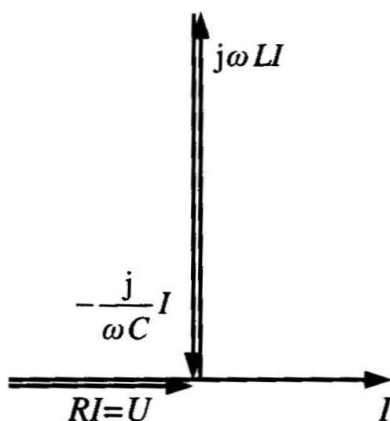
Wówczas impedancja połączenia wynosi

$$Z = R, \quad (1.2)$$

a zatem prąd  $I$  jest w fazie z napięciem  $U$ , a napięcia na cewce i kondensatorze spełniają zależność:

$$|U_L| = |U_C|. \quad (1.3)$$

Prowadzi to do wykresu wskazowego pokazanego na rys. 1.2. Rezonans napięć występuje wówczas, gdy napięcia na cewce i kondensatorze kompensują się, przy czym ich wartości skuteczne są na ogół większe od wartości skutecznej napięcia zasilającego obwód. Istnienie dużych odpowiedzi przy małym pobudzeniu o ściśle określonej częstotliwości jest cechą charakterystyczną rezonansu w układach fizycznych.



Rys. 1.2. Wykres wskazowy szeregowego obwodu  $RLC$  w stanie rezonansu

Pulsację  $\omega$ , przy której zachodzi rezonans, a zatem spełnione jest równanie (1.1), nazywamy pulsacją rezonansową i oznaczamy  $\omega_r$ . Z równania (1.1) otrzymujemy

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (1.4)$$

W stanie rezonansu reaktancja cewki i moduł reaktancji kondensatora są sobie równe i wynoszą

$$\rho = \omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (1.5)$$

gdzie stałą  $\rho$  nazywamy oporem charakterystycznym.

Można wykazać [1], że w stanie rezonansu suma energii cewki i kondensatora jest w każdej chwili stała i wynosi

$$w_L + w_C = \frac{1}{2} LI_m^2, \quad (1.6)$$

gdzie  $I_m$  jest amplitudą prądu płynącego w obwodzie z rys. 1.1.

Weźmy pod uwagę obwód z rys. 1.1 pobudzany napięciem źródłowym o stałej amplitudzie i zmieniającej się pulsacji. Dla dowolnej pulsacji  $\omega$  spełniona jest zależność

$$\frac{U_R}{U} = \frac{1}{1 + jx} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} e^{-j \arctg x}, \quad (1.7)$$

gdzie

$$x = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{X}{R} = \frac{\omega_r L}{R} \left( \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) \quad (1.8)$$

i nosi nazwę rozstrojenia bezwzględnego.

Wykresy funkcji

$$\frac{|U_R|}{|U|} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} \quad (1.9)$$

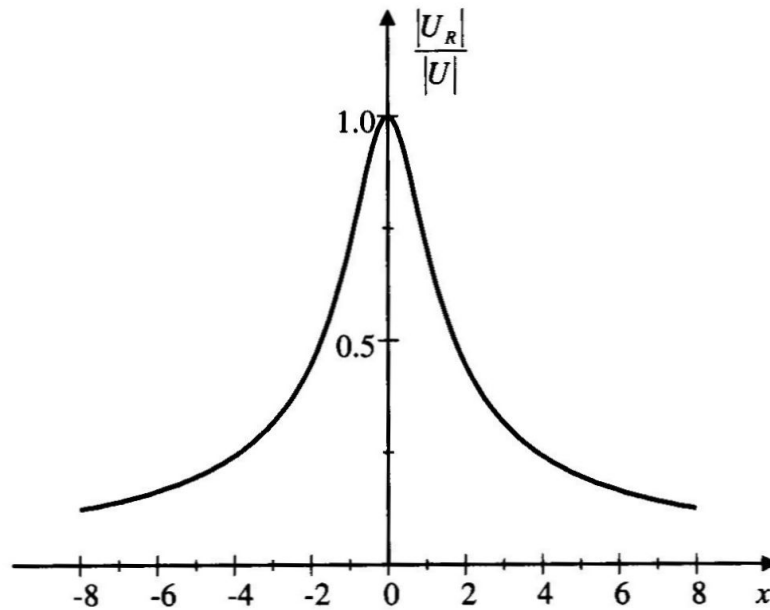
oraz

$$\arg \left( \frac{U_R}{U} \right) = -\arctg x \quad (1.10)$$

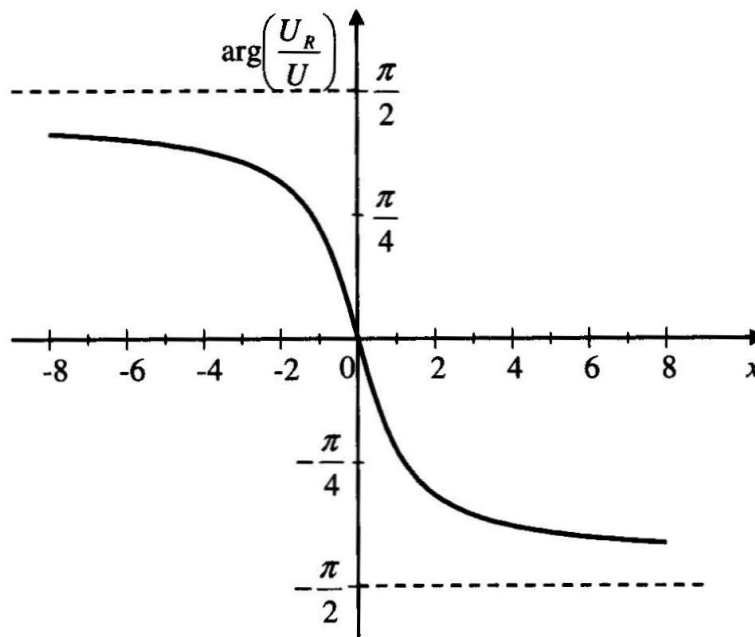
są nazywane uniwersalnymi krzywymi rezonansowymi (rys. 1.3 i 1.4) i odnoszą się do każdego szeregowego obwodu rezonansowego.

Obwód rezonansowy charakteryzuje się, określając jego dobroć  $Q$  w stanie rezonansu. Można wykazać [1], że dla rozważanego obwodu dobroć określona jest wzorem

$$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r CR} = \frac{\rho}{R} = \frac{|U_L|}{|U|} = \frac{|U_C|}{|U|}. \quad (1.11)$$



Rys. 1.3. Uniwersalna krzywa rezonansowa



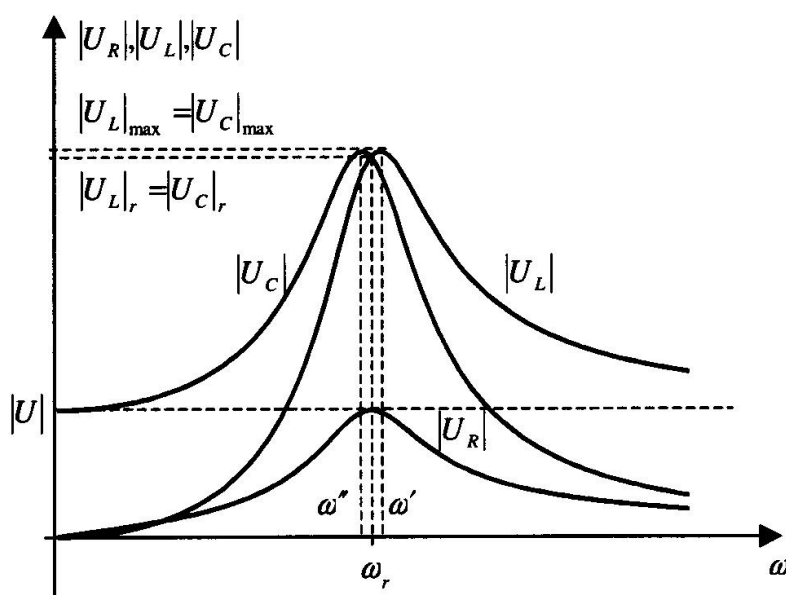
Rys. 1.4. Uniwersalna krzywa rezonansowa

W warunkach rezonansu napięcia  $|U_L|$  i  $|U_C|$  są zatem  $Q$  razy większe od napięcia  $|U|$ . Innym ważnym parametrem obwodu rezonansowego jest jego pasmo przepuszczania definiowane jako przedział pulsacji  $\langle \omega_1, \omega_2 \rangle$  w otoczeniu pulsacji rezonansowej  $\omega_r$ , na krańcach którego wartość skuteczna napięcia  $U_R$

jest równa  $\frac{|U|}{\sqrt{2}}$ . Dla szeregowego obwodu rezonansowego pasmo przepuszczania wynosi

$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_r}{Q}. \quad (1.12)$$

Na krańcach pasma przepuszczania moc czynna obwodu jest dwukrotnie mniejsza od mocy czynnej w stanie rezonansu. Dla obwodu o dostatecznie dużej dobroci przebiegi zmian wartości skutecznej napięć w obwodzie w funkcji pulsacji pokazano na rys. 1.5.



Rys. 1.5. Przebiegi napięć  $|U_R|$ ,  $|U_L|$ ,  $|U_C|$  w funkcji  $\omega$

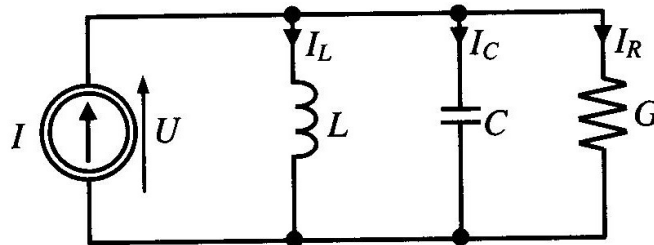
Można zaobserwować, że maksimum wartości skutecznej napięć na cewce i kondensatorze zachodzi dla pulsacji różnych od pulsacji rezonansowej (odpowiednio  $\omega'$  oraz  $\omega''$ ). Pulsacje te określone są następującymi zależnościami [1]:

$$\omega' = \frac{\omega_r}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}} \quad \omega'' = \omega_r \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}, \quad (1.13)$$

z których wynika, że dla dostatecznie dużej dobroci  $Q$  pulsacje  $\omega'$  i  $\omega''$  są bardzo bliskie pulsacji rezonansowej  $\omega_r$ .

### 1.2.2. Równoległy obwód rezonansowy

Podobne do powyższych rozważania można przeprowadzić dla równoległego obwodu rezonansowego, pokazanego na rys. 1.6 [1].

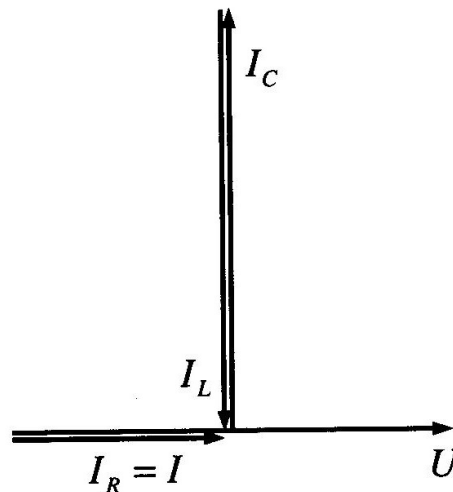


Rys. 1.6. Równoległy obwód RLC

W obwodzie tym dla pulsacji

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.14)$$

zachodzi rezonans prądów (rezonans równoległy). W stanie rezonansu prądy  $I_L$  oraz  $I_C$  kompensują się (a więc mają jednakowe wartości skuteczne), co zilustrowano na wykresie wskazowym z rys. 1.7.



Rys. 1.7. Wykres wskazowy w stanie rezonansu

W stanie rezonansu suma energii cewki i kondensatora jest stała i wynosi

$$w_C + w_L = \frac{1}{2} C U_m^2. \quad (1.15)$$

Dobroć równoległego obwodu rezonansowego jest określona wzorem



$$Q = \frac{\omega_r C}{G} = \frac{1}{\omega_r L G} = \frac{|I_C|}{|I|} = \frac{|I_L|}{|I|}, \quad (1.16)$$

a pasmo przenoszenia wynosi

$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_r}{Q}. \quad (1.17)$$

Wykresy odpowiednich funkcji

$$\frac{|I_R|}{|I|} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad (1.18)$$

oraz

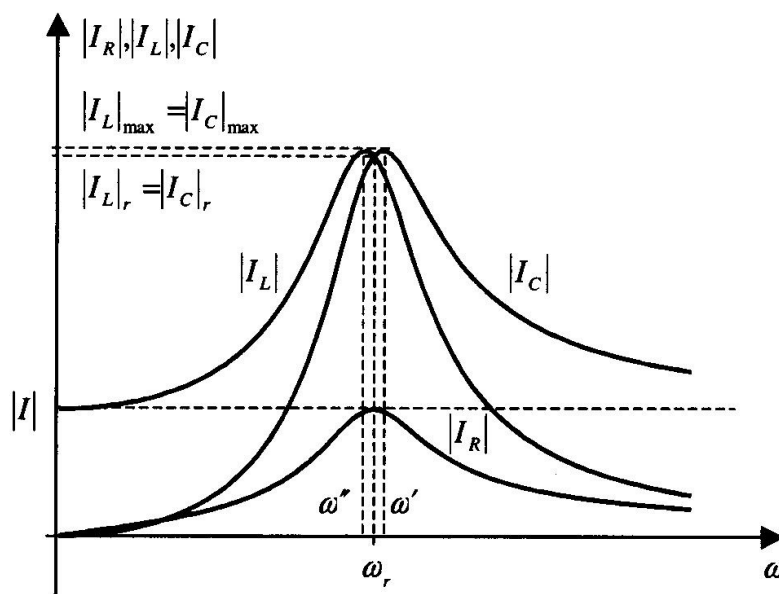
$$\arg\left(\frac{I_R}{I}\right) = -\arctg x, \quad (1.19)$$

gdzie

$$x = \frac{1}{G} \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) = \frac{B}{G} = \frac{\omega_r C}{G} \left( \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) \quad (1.20)$$

są uniwersalnymi krzywymi rezonansowymi, odnoszącymi się do każdego równoległego obwodu rezonansowego i mają kształt analogiczny do krzywych z rys. 1.3 i 1.4.

Przebiegi prądów  $|I_R|$ ,  $|I_L|$ ,  $|I_C|$  w funkcji  $\omega$  dla obwodu o dostatecznie dużej dobroci pokazano na rys. 1.8.



Rys. 1.8. Przebiegi prądów  $|I_R|$ ,  $|I_L|$ ,  $|I_C|$  w funkcji  $\omega$

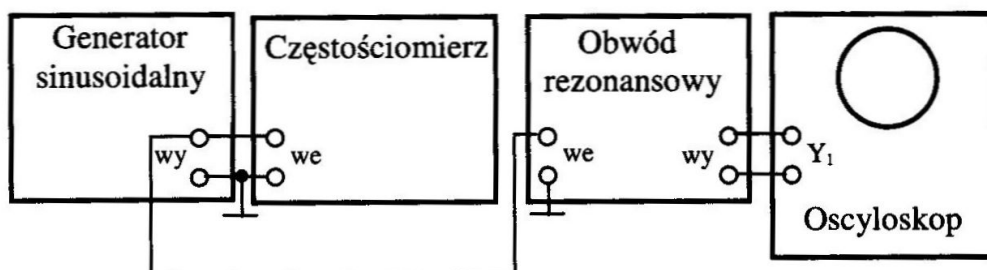
### 1.3. Część laboratoryjna

Przed przystąpieniem do zajęć laboratoryjnych należy:

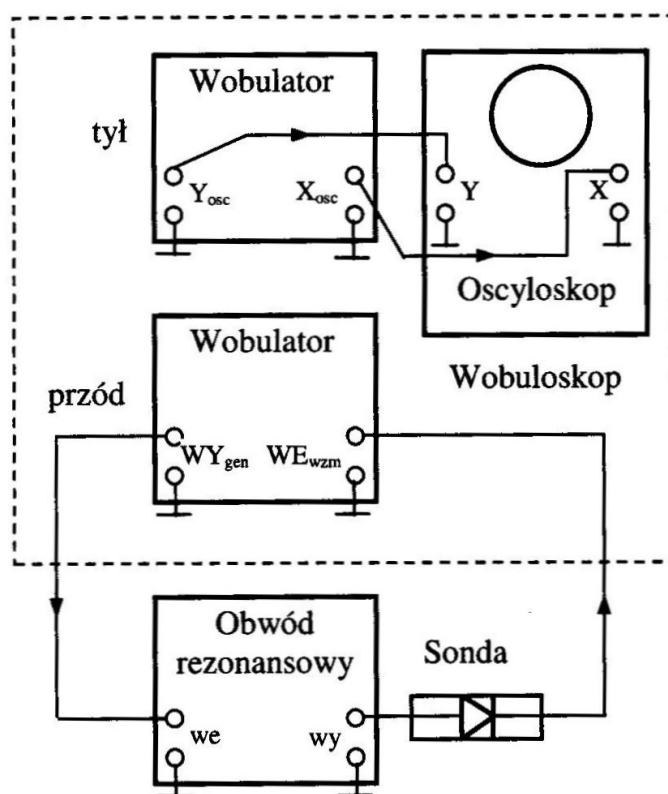
- zapoznać się ze wstępem teoretycznym do wykonywanego ćwiczenia,
- przygotować tabele do wpisywania wyników pomiarów.

#### 1.3.1. Opis stanowiska laboratoryjnego

Badania obwodów rezonansowych przeprowadzane są w oparciu o pomiary wykonane w układach pokazanych na rys. 1.9 i 1.10.



Rys. 1.9. Układ pomiarowy I



Rys. 1.10. Układ pomiarowy II

### 1.3.2. Badanie szeregowego obwodu rezonansowego

Połączyć schemat pomiarowy zgodnie z rys. 1.9, umieszczając w miejscu badanego obwodu szeregowy obwód rezonansowy o parametrach:  $L = 25,3$  mH,  $C = 10$  nF,  $R = 480 \Omega$ . Uwzględniając rezystancję wewnętrzną generatora  $R_w = 50 \Omega$ , wyznaczyć analitycznie pulsację rezonansową układu, jego dobroć, pasmo przepuszczania oraz pulsacje  $\omega'$  i  $\omega''$ . Wyniki zebrać w tabeli 1.1.

Tabela 1.1

	$\omega_r$ [rad/s]	$f_r$ [kHz]	$Q$	$B$ [rad/s]	$B$ [kHz]	$\omega'$ [rad/s]	$\omega''$ [rad/s]	$f'$ [kHz]	$f''$ [kHz]
obliczenia teoretyczne									

Następnie, zmieniając częstotliwość przebiegów z generatora (w zakresie 2 kHz-18 kHz) przy ustalonej amplitudzie wynoszącej 1V, wyznaczyć, krok po kroku, przebiegi napięć  $|U_R|$ ,  $|U_L|$ ,  $|U_C|$  w funkcji  $f$ , zwracając szczególną uwagę na odczyt częstotliwości, przy której występuje maksimum rozważanych napięć. Wyniki zapisać w tabeli 1.2, a następnie naszkicować na papierze milimetrycznym przebiegi napięć oraz wypełnić tabelę 1.3.

Tabela 1.2

$f$ [kHz]											
$ U_R $ [V]											
$ U_L $ [V]											
$ U_C $ [V]											

Tabela 1.3

	$\omega_r$ [rad/s]	$f_r$ [kHz]	$Q$	$B$ [rad/s]	$B$ [kHz]	$\omega'$ [rad/s]	$\omega''$ [rad/s]	$f'$ [kHz]	$f''$ [kHz]
pomiar									

Dokonać zmian parametrów układu zgodnie z poleceniem prowadzącego ćwiczenie oraz powtórzyć obliczenia i pomiary.

### 1.3.3. Badanie równoległego obwodu rezonansowego

Połączyć schemat pomiarowy zgodnie z rys. 1.9, umieszczając w miejscu badanego obwodu równoległy obwód rezonansowy o parametrach:  $L = 75 \mu\text{H}$ ,  $C = 7,4 \text{ nF}$ ,  $R = 2 \text{ k}\Omega$ . Pomiedzy wyjście generatora a wejście badanego układu dołączyć układ konwertera napięcie-prąd. Układ konwertera zamienia napięcie z generatora na prąd zmienny o amplitudzie równej  $\frac{1}{3200}$  amplitudy napięcia. Wyznaczyć analitycznie pulsację rezonansową układu, jego dobroć oraz pasmo przepuszczania. Wyniki zebrać w tabeli 1.4.

Tabela 1.4

	$\omega_r$ [rad/s]	$f_r$ [kHz]	$Q$	$B$ [rad/s]	$B$ [kHz]
obliczenia teoretyczne					

Następnie, zmieniając częstotliwość przebiegów z generatora (w zakresie 100 kHz-500 kHz) przy ustalonej amplitudzie napięcia z generatora wynoszącej 100 mV, wyznaczyć, krok po kroku, przebiegi napięcia  $|U_R|$  w funkcji częstotliwości  $f$ , zwracając szczególną uwagę na odczyt częstotliwości, przy której występuje maksimum tego napięcia. Następnie obliczyć  $|I_R|$ , zapisać wyniki w tabeli 1.5 i naszkicować na papierze milimetrowym przebieg  $\frac{|I_R|}{|I|}$  w funkcji częstotliwości.

Tabela 1.5

$f$ [kHz]																			
$ U_R $ [mV]																			
$ I_R $ [ $\mu\text{A}$ ]																			
$\frac{ I_R }{ I }$																			

Połączyć układ pomiarowy z rys. 1.10, dołączając pomiędzy wyjście generatora a wejście badanego układu układ konwertera napięcie-prąd. Włączyć wobulator, ustawić dziewięć częstotliwości na maksymalną wartość i odczekać około pięciu

minut. Następnie dostroić wobulator (patrz Dodatek) tak, aby na ekranie oscyloskopu widoczna była krzywa rezonansowa (z maksimum pośrodku obserwowanej charakterystyki) i przerysować ją.

## 1.4. Wykonanie sprawozdania

1. Podać zwięzły opis wykonywanych czynności.
2. Zamieścić schematy badanych układów i wyniki pomiarów.
3. Na podstawie znajomości wartości nominalnych elementów wchodzących w skład szeregowego obwodu rezonansowego badanego w p.1.3.2 wyznaczyć analitycznie jego parametry, a wyniki zapisać w tabeli 1.1.
4. Wykreślić charakterystyki  $|U_R|$ ,  $|U_L|$ ,  $|U_C|$  w funkcji  $f$  dla szeregowego obwodu rezonansowego badanego w p. 1.3.2. Na podstawie pomiarów wyznaczyć parametry badanego obwodu i uzupełnić tabelę 1.3. Zamieścić przykładowe obliczenia.
5. Wyznaczyć analitycznie parametry równoległego obwodu rezonansowego z p.1.3.3. Wyniki zamieścić w tabeli 1.4.
6. Na podstawie pomiarów wykreślić charakterystykę  $\frac{|I_R|}{|I|}(f)$  równoległego obwodu rezonansowego.
7. Przerysować krzywą rezonansową równoległego obwodu rezonansowego otrzymaną w układzie z wobuloskopem i wyskalować oś częstotliwości.
8. Podać uwagi o wykonywanym ćwiczeniu.

## 1.5. Tematy do przygotowania

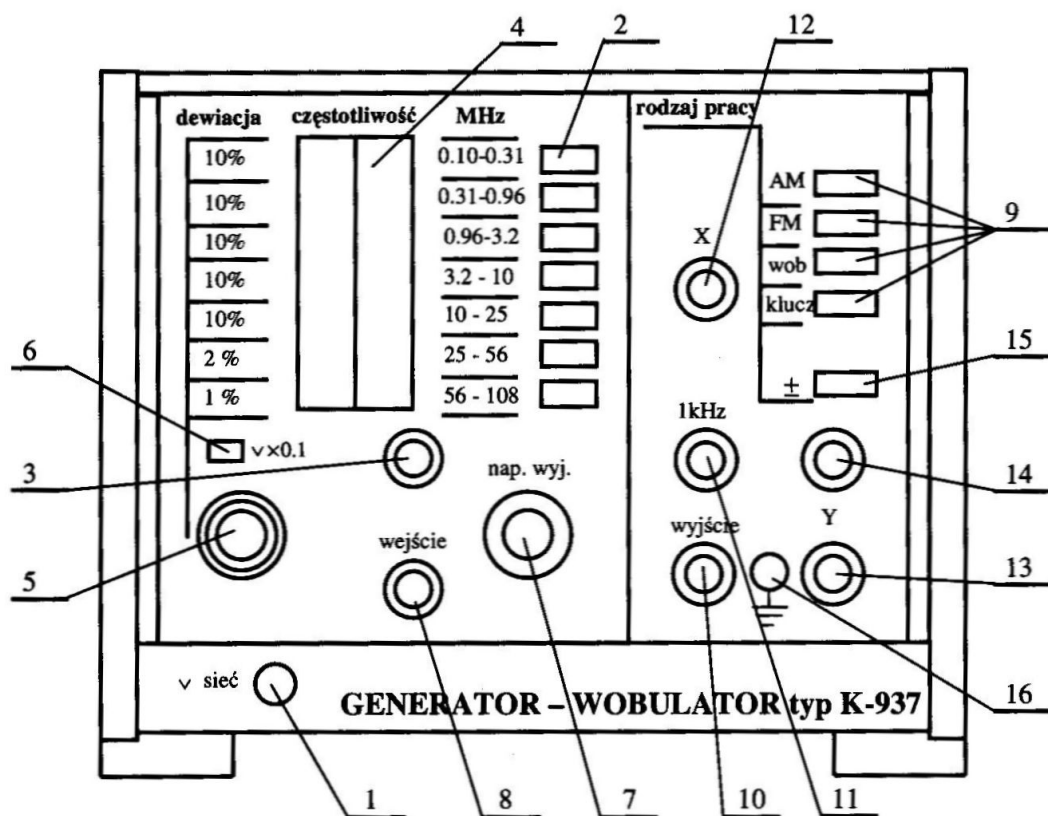
1. Omówić zjawiska zachodzące w stanie rezonansu.
2. Wykazać, że w stanie rezonansu suma energii cewki i kondensatora jest w każdej chwili stała.
3. Omówić wpływ oporu wewnętrznego generatora na pasmo przenoszenia w szeregowym i równoległym obwodzie rezonansowym.

## Dodatek

### Krótką instrukcja obsługi generatora - wobulatora typ K937

Generator – wobulator typ K937 jest przeznaczony do badania i strojenia odbiorników radiofonicznych w całym zakresie częstotliwości stosowanych

w radiofonii. Przyrząd umożliwia strojenie i kontrolę charakterystyk częstotliwościowych i może pracować jako generator fali ciągłej w.cz., generator napięcia w.cz. z modulacją AM i FM oraz jako generator napięcia w.cz. z wobulacją częstotliwości. Ten ostatni tryb pracy, podczas którego wobulator dostarcza napięcia rozciągu poziomego do oscyloskopu, jest wykorzystywany w ramach omawianego ćwiczenia. Kształt napięcia wobulującego jest piłokształtny, a kluczkowanie napięcia w.cz. występuje w czasie trwania krótszego zbocza piły napięcia wobulującego.

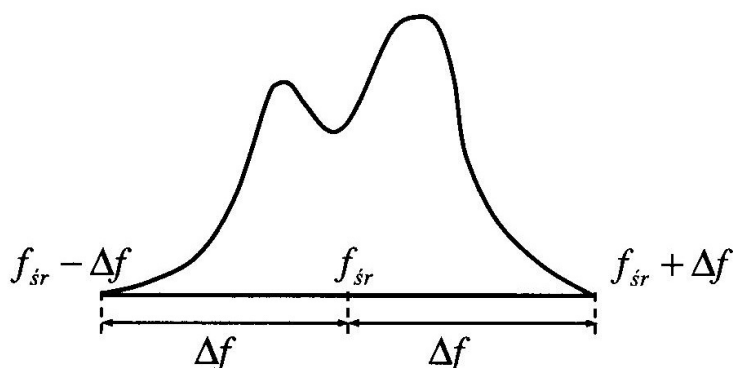


Rys. 1.11. Płyta czołowa generatora-wobulatora K937

- 1 – przycisk wyłącznika sieciowego, 2 – przełącznik podzakresów częstotliwości,
- 3 – pokrętko płynnej regulacji częstotliwości, 4 – skala ze wskaźnikiem,
- 5 – pokrętko płynnej regulacji dewiacji, 6 – przełącznik mnożnika dewiacji,
- 7 – pokrętko tłumika napięcia wyjściowego, 8 – gniazdo wyjściowe napięcia w.cz.,
- 9 – przełącznik klawiszowy rodzaju pracy, 10 – wyjście napięcia o częstotliwości 1kHz,
- 11 – pokrętko płynnej regulacji napięcia 1kHz, 12 – pokrętko płynnej regulacji napięcia rozciągu poziomego przy pracy wobulatorowej, 13 – wejście wzmacniacza Y,
- 14 – pokrętko płynnej regulacji wzmocnienia wzmacniacza Y, 15 – przełącznik zmiany polaryzacji wzmacniacza Y, 16 – pomiarowe gniazdo uziemiające

Na rysunku 1.11 przedstawiono rozmieszczenie elementów regulacyjnych oraz zacisków wejściowych i wyjściowych płyty czołowej wobulatora. W celu uzyskania charakterystyki częstotliwościowej na ekranie oscyloskopu należy

połączyć układ według schematu pokazanego na rys. 1.10, a na przełączniku klawiszowym 9 (rys. 1.11) wcisnąć klawisze „wob” oraz „klucz” (w ten sposób włączamy tryb pracy: wobulacja częstotliwości z kluczowaniem napięcia wyjściowego). Następnie wybieramy podzakres częstotliwości przełącznikiem 2 (włączenie podzakresu sygnalizowane jest podświetleniem odpowiadającej mu skali na bębnie wskaźnikowym) oraz ustawiamy wartość dewiacji (pokrętło 5) na wartość maksymalną (prawe skrajne położenie) przy mnożniku dewiacji w pozycji x1 (przełącznik 6). Pokrętłem 7 ustawiamy maksymalny poziom napięcia wyjściowego (pozycja 0dB). W efekcie na ekranie oscyloskopu pracującego w trybie XY uzyskujemy charakterystykę częstotliwościową badanego układu (rys. 1.12). Oś pozioma jest osią częstotliwości, środek odcinka poziomego widocznego na ekranie odpowiada częstotliwości odczytanej na podświetlonym podzakresie skali częstotliwości 4, a skrajne punkty odpowiadają częstotliwościom różniącym się od częstotliwości środkowej  $f_{sr}$  o wartość dewiacji. Należy podkreślić, że charakterystyka częstotliwościowa badanego układu rezonansowego różni się od charakterystyki otrzymanej metodą pomiaru punkt po punkcie. Błąd ten, wynikający z metody pomiarowej, sprawia, że szczytowa wartość napięcia przy pomiarze z wykorzystaniem wobulatora jest niższa i przesunięta w stronę wyższych częstotliwości.



Rys. 1.12. Przykładowa charakterystyka częstotliwościowa

## LITERATURA

- [1] **Tadeusiewicz M.:** Teoria obwodów. Cz. I, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2003.
- [2] **Osiowski J., Szabatin J.:** Podstawy teorii obwodów. Tom II, WNT, Warszawa 1993.
- [3] **Mikołajuk K.:** Podstawy analizy obwodów energo-elektronicznych, PWN, Warszawa 1998.
- [4] **Oowski S., Siwek K., Śmiałek M.:** Teoria obwodów, Podręcznik multimedialny, Politechnika Warszawska, Warszawa 2004.